ELTE IK - Programtervező Informatikus BSc

Záróvizsga tételek

15. Adatszerkezetek és adattípusok

TODO: Erősen hiányos!

Adatszerkezetek és adattípusok

Tömb, verem, sor, láncolt listák; bináris fa, általános fa, bejárások, ábrázolások; bináris kupac, prioritásos sor; bináris kereső fa és műveletei, AVL fa, B+ fa; hasító táblák, hasító függvények, kulcsütközés és feloldásai: láncolással, nyílt címzéssel, próbasorozat; gráfok ábrázolásai.

1 Egyszerű adattípusok ábrázolásai, műveletei és fontosabb alkalmazásai

1.1 Adattípus

Adatszerkezet: $\sim$ struktúra.
Adattípus: adatszerkezet és a hozzá tartozó műveletek.
Adatszerkezetek:

- *Tömb*: azonos típusú elemek sorozata, fix méretű.
- *Verem*: Mindig a verem tetejére rakjuk a következő elemet, csak a legfelsőt kérdezhetjük le, és vehetjük ki.

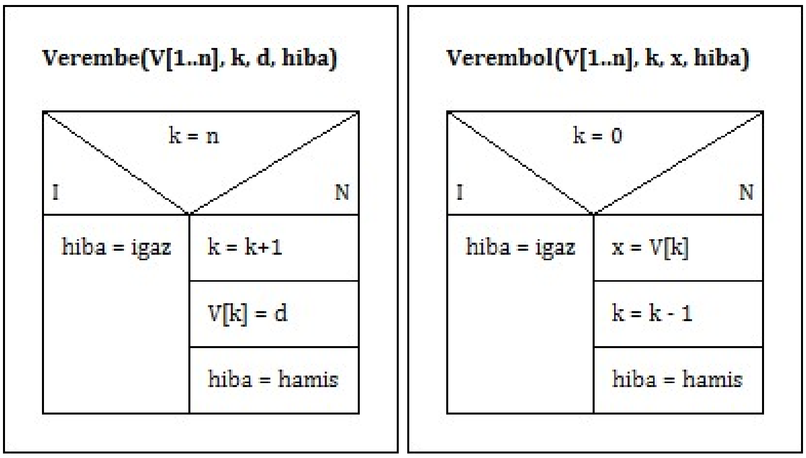


Figure 1: Verem műveletei

- *Sor*: Egyszerű, elsőbbségi és kétvégű. A prioritásos sornál az elemekhez tartozik egy érték, ami alapján rendezhetjük őket.

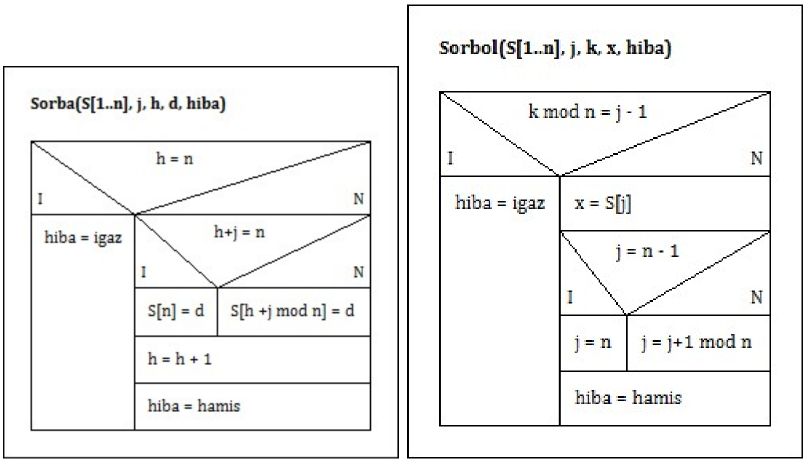


Figure 2: Sor műveletei

- *Lista*: Láncolt ábrázolással reprezentáljuk. 3 szempont szerint különböztethetjük meg a listákat: fejelem van/nincs, láncolás iránya egy/kettő, ciklusosság van/nincs. Ha fejelemes a listánk, akkor a fejelem akkor is létezik, ha üres a lista.
  A lista node-okból áll, minden node-nak van egy, a következőre mutató pointere, illetve lehet az előzőre is, ha kétirányú. Ezen kívül van egy első és egy aktuális node-ra mutató pointer is, és az utolsó elem mutatója NIL. A listát megvalósíthatjuk úgy, hogy tetszőleges helyre lehessen elemet beszúrni, illetve törölni.

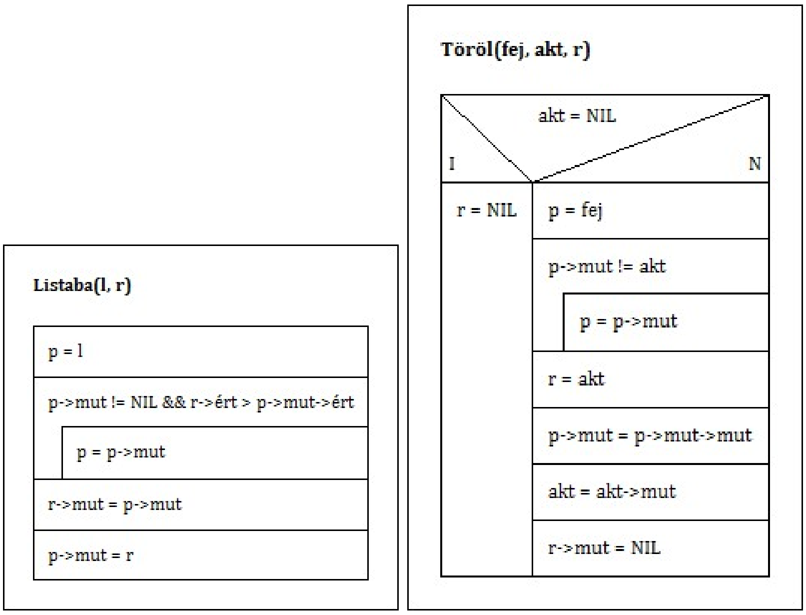


Figure 3: Lista műveletei

- *Fa*: Egyszerű, bináris és speciális (kupac, bináris keresőfa, AVL-fa). A bináris fát rekurzívan definiáljuk: $t \in T(E)$ [bin. fák típusérték halmaza(alaptípus)] $\iff$ t üres fa (jele: Ω), vagy t-nek van gyökéreleme, $bal(t)$, $jobb(t)$ részfája. Láncoltan ábrázoljuk, tömbösen csak teljes fák, illetve kupac esetén.

- *Kupac*: Olyan bináris fa, melynek alakja majdnem teljes és balra rendezett. Tömbösen ábrázoljuk, mert pointeresen a bonyolult lépkedést nem teszi lehetővé, tömbösen indexösszefüggésekkel könnyen megoldható.

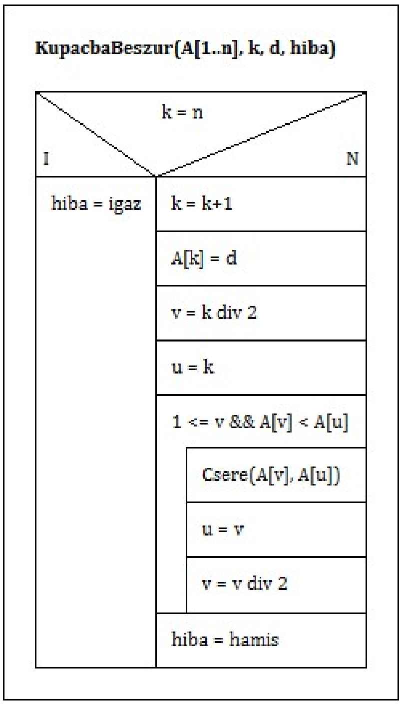


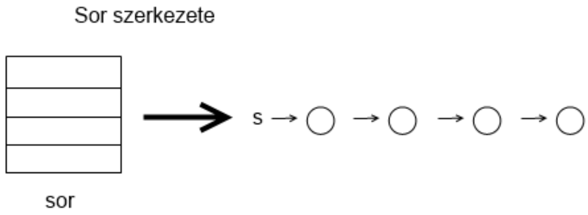
Figure 4: Kupac műveletei

- *Hasítótábla*
- *Gráf* [Nem egyszerű adattípus.]

1.2 Ábrázolásai

Absztrakciós szintek:

1. *absztrakt adattípus (ADT)*: specifikáció szintje, itt nincs szerkezeti összefüggés, csak matematikai fogalmak, műveletek logikai axiómákkal vagy előfeltételekkel.
   - algebrai (axiomatikus) specifikáció, példa: $Verembe : V \times E \to V$. Axióma, példa: $Felso(Verembe(v, e)) = e$
   - funkcionális (elő- és utófeltételes) specifikáció, példa: (elsőbbségi) sor $S(E), s \in S$ egy konkrét sor, $s = \{(e_1, t_1), ..., (e_n, t_n)\}$, $n \geq 0$. Ha $n = 0$, akkor a sor üres.
     $\forall i, j \in [1..n] : i \neq j \to t_i \neq t_j$.
     $Sorbol : S \to S \times E$, $\mathcal{D}_{Sorbol} = S \backslash \{ures\}$. Előfeltétel: $Q = (s = s' \wedge s' \neq \emptyset)$, utófeltétel: $R = (s = s' \backslash \{(e, t)\} \wedge (e, t) \in s' \wedge \forall i(e_i, t_i) \in s' : t \leq t_i)$.
2. *absztrakt adatszerkezet (ADS)*: kognitív pszichológia szintje, ábrák. Az alapvető szerkezeti tulajdonságokat tartalmazza (nem mindet). Ennek a szintnek is része a műveletek halmaza. Példák: az ábra egy irányított gráf, művelet magyarázata, adatszerkezet definiálása.



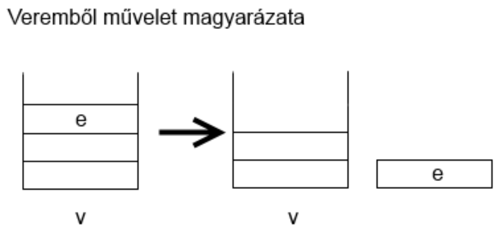


Figure 5: ADS

3. *ábrázolás/reprezentáció*: döntések (tömbös vagy pointeres ábrázolás), a nyitva hagyott szerkezeti kérdések. Egy adatszerkezetet többféle reprezentációval is meg lehet valósítani (pl. prioritásos sor lehet rendezetlen tömb, rendezett tömb, kupac).
    - *tömbös ábrázolás*: takarékos ábrázolás, elhelyezése, tetszőleges rákövetkezések, bejárások, de ezeket meg kell adni.
    - *pointeres ábrázolás*: minden pointer egy összetett rekord elejére mutat.
4. *implementálás*
5. *fizikai szint*

1.3 Műveletei

- Üres adatszerkezet létrehozása
- Annak lekérdezése, hogy üres-e az adatszerkezet
- Elem berakása, itt ellenőrizni kell, hogy nem telt-e még meg
- Elem kivétele vagy törlése, itt ellenőrizni kell, hogy nem üres-e
- Adott tulajdonságú elem (például maximum, veremben a felső) lekérdezése, itt is ellenőrizni kell, hogy üres-e az adatszerkezet
- Bejárások (preorder, inorder, postorder, szintfolytonos), listáknál az első, előző vagy következő elemre lépés
- Elem módosítása bizonyos adatszerkezeteknél (pl. listák)

1.4 Fontosabb alkalmazásai

Prioritásos sor: nagygépes programfuttatásnál az erőforrásokat a prioritás arányában osszuk el, adott pillanatban a maximális prioritásút válasszuk. Sürgősségi ügyeleten, gráfalgoritmusoknál is alkalmazható. *B-fa*: ipari méretekben adatbázisokban használják.

2 A hatékony adattárolás és visszakeresés néhány megvalósítása (bináris keresőfa, AVL-fa, 2-3-fa és B-fa, hasítás („hash-elés"))

2.1 Bináris keresőfa

Nincsenek benne azonos kulcsok, a követendő elv: „kisebb balra, nagyobb jobbra". Inorder bejárással növekvő kulcssorozatot kapunk.

Műveletigénye fa magasságú nagyságrendű.
Az a cél, hogy a bináris keresőfa ne nyúljon meg láncszerűen, erre jó az AVL-fa és a 2-3-fa.

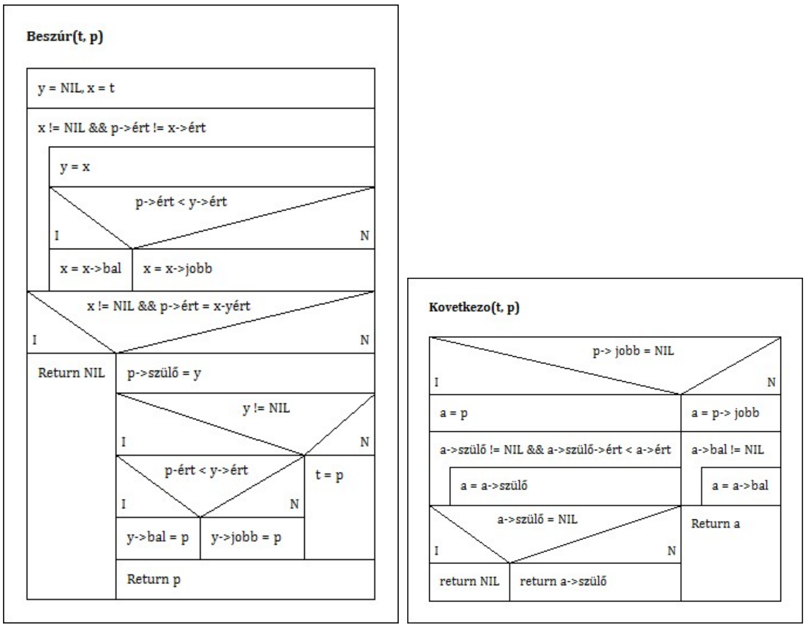


Figure 6: Bináris keresőfa műveletei

2.2 AVL-fa

Cél: a t bináris keresőfa magasságának $\log_2(n)$ közelében tartása, azaz $h(t) \leq c \cdot \log_2(n)$, ahol c elfogadhatóan kicsi. Az ilyen fát kiegyensúlyozottnak nevezzük.
AVL: Adelszon-Velszkij, Landisz 1962-ben alkották meg.
A t bináris keresőfát egyúttal AVL-fának nevezzük $\iff$ t minden x csúcsára $|h(bal(x)) - h(jobb(x))| \leq 1$.
Minden csúcsnak van egy címkéje $+, -, =$ (gyerekek magasságának különbsége). A beszúrás helyétől felfelé ellenőrizzük ezeket, és ha kell, akkor módosítjuk. Ha valahol $++$ vagy $--$ alakul ki, akkor ott elromlik az AVL-tulajdonság, egy vagy több forgatással vagy átkötéssel konstans műveletigénnyel helyre lehet hozni.
Többféle séma is van: $(++, +), (++, -), (++, =)$ és a tükörképeik.

2.3 2-3-fa és B-fa

2-3-fa kis méretben az elmélet számára jó, a B-fa a gyakorlati változat adatbázisban.
t 2-3-fa $\iff$ minden belső csúcsnak 2 vagy 3 gyereke van, a levelek azonos szinten helyezkednek el, adatrekordok csak a levelekben vannak, belső pontokban kulcsok és mutatók, levelekben a kulcsok balról jobbra nőnek.
Ha 4 gyerek lenne a beszúrás után, akkor csúcsot kell vágni. Ha törlésnél 1 gyerek lenne valahol, akkor csúcsösszevonásokat és gyerekátadást alkalmazunk.
B-fa nagyobb méretű, itt két határ között mozog a gyerekszám: $\lceil \frac{r}{2} \rceil$ és r, ahol $50 \leq r \leq 1000$.

2.4 Hasítás

Kulcsos rekordokat tárol.

- *Hasítás láncolással*: a kulcsütközést láncolással oldja fel. Van egy hasítófüggvény: $h : U \to [0..m-1]$, elvárás vele kapcsolatban, hogy gyorsan számolható és egyenletes legyen. m-et úgy választjuk meg n nagyságrendjének ismeretében, hogy $\alpha = \frac{n}{m}$ lesz a várható listahossz, ha egyenletes hasítást feltételezünk.
  Például kétirányú listát használhatunk a hasításhoz. Műveletek: beszúrás, keresés, törlés.
  Gyakorlatban érdemes m-et úgy megválasztani, hogy olyan prímszám legyen, ami nem esik 2-hatvány közelébe.

- *Hasítás nyitott/nyílt címzéssel*: A kulcsokat lehessen egészként értelmezni, ekkor vannak jó hasítófüggvények. Próbálkozás általános képlete: $h(k) + h_i(k)$ $(mod\ M)$, $0 \leq i \leq M-1$. Egész addig alkalmazza, amíg üres helyet nem talál.

  1. *Lineáris próba*: $h_i(k) = -i$ $(mod\ M)$, egyesével balra lépegetve keressük az üres helyet. Hátránya az elsődleges csomósodás, ez jelentős lassulást okoz beszúrásnál és keresésnél.
  2. *Négyzetes próba*: $h_i(k) = (-1)^i(\lceil \frac{i}{2} \rceil)^2$ $(mod\ M)$, a négyzetszámokkal lépegetünk balra-jobbra, ezek az eltolások kiadják $\{0, 1, ..., M-1\}$-et. Hátrány: másodlagos csomósodás.
  3. *Kettős hash-elés*: $h_i(k) = -ih'(k)$ $(mod\ M)$, $h'(k)$ a k-hoz tartozó egyedi lépésköz, $(h'(k), M) = 1$ relatív prímek. Ha az M elég nagy, akkor nincs csomósodás.

- *Hasítófüggvények*: Leggyakoribb: k egész, kongruencia reláció. Általánosan: $h(k) = (ak + b$ $(mod\ p))$ $(mod$ $M)$, az univerzális hasítás családja. Tapasztalat: k egyenletesen hasít.